HƯỚNG DẪN ÔN TẬP HỌC KỲ II
MÔN: TOÁN – LỚP 7
Năm học 2023 – 2024

PHẦN I. TÓM TẮT NỘI DUNG KIẾN THỨC HỌC KỲ II

A. ĐẠI SỐ

1. Thu thập, phân loại và biểu diễn dữ liệu.
2. Phân tích và xử lí dữ liệu.
3. Biểu đồ đoạn thẳng.
4. Biểu đồ hình quạt tròn.
5. Biến cố, xác xuất của biến cố trong một số trò chơi đơn giản.
6. Biểu thức đại số: Biểu thức số; biểu thức đại số; giá trị của biểu thức đại số,
7. Đa thức một biến: Đơn thức một biến; đa thức một biến; cộng, trừ đơn thức có cùng số mũ của biến; sắp xếp đa thức một biến; bậc của đa thức một biến; nghiệm của đa thức một biến.
8. Phép cộng, phép trừ đa thức một biến.

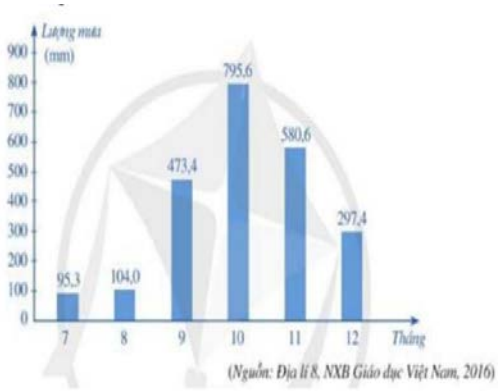
B. HÌNH HỌC

1. Tổng các góc trong một tam giác.
2. Quan hệ giữa góc và cạnh đối diện trong tam giác. Bất đẳng thức tam giác.
3. Các trường hợp bằng nhau của tam giác.
4. Trường hợp bằng nhau của tam giác vuông.
5. Tam giác cân, tam giác đều, tam giác vuông cân.
6. Đường vuông góc và đường xiên.
7. Đường trung trực của đoạn thẳng.
8. Tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác.

PHẦN II. MỘT SỐ CÂU HỎI, BÀI TẬP THAM KHẢO

A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM: *Chọn câu trả lời đúng*

Câu 1: Biểu đồ sau biểu diễn lượng mưa tại trạm khí tượng Huế trong 6 tháng cuối năm dương lịch. Trong các tháng trên tháng nào có lượng mưa nhiều nhất?



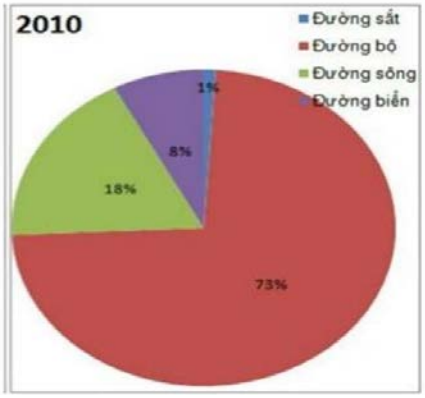
(Nguồn: Địa lí 8, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016)

A. Tháng 7
B. Tháng 8
C. Tháng 10
D. Tháng 12

Câu 2:

Cho biểu đồ hình quạt tròn về các loại hình giao thông của nước ta năm 2010. Tỉ lệ loại hình giao thông đường sông là bao nhiêu?

A. 1% .
B. 8% .
C. 18% .
D. 73%



Câu 3: Một hộp bút màu có các cây bút màu: màu xanh, màu vàng, màu đỏ, màu đen, màu hồng, màu cam. Hỏi nếu rút bất kỳ một cây bút màu thì có thể xảy ra mấy kết quả?

A. 3. B. 4. C. 5. D.6.

Câu 4: Chọn ngẫu nhiên 1 số trong 4 số sau: 7; 8; 26; 101. Xác suất của biến cố "số chọn được là số chia hết cho 5 " là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 4

Câu 5: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc một lần. Tính xác suất của biến cố "mặt xuất hiện của xúc xắc có số chấm là số chẵn"".

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

Câu 6: Cho đa thức $A=-3x^2+5x^6-7x$. Tính giá trị của A tại $x=-1$.

A. $A=-9$ B. $A=-15$ C. $A=-5$ D. $A=9$

Câu 7: Bậc của đa thức $8x^8-x^2+x^3+x^5-8x^8+x-10$ là

A. 8 B. 5 C. 3 D. 2

Câu 8: Cho hai đa thức $f(x)=3x^2+2x-5$ và $g(x)=-3x^2-2x+2$.

Tính $h(x)=f(x)+g(x)$ và tìm bậc của $h(x)$.

A. $h(x)=-6x^2-4x-3$ và bậc của $h(x)$ là 2 . C. $h(x)=4x-3$ và bậc của $h(x)$ là 1

B. $h(x)=-3$ và bậc của $h(x)$ là 1 . D. $h(x)=-3$ và bậc của $h(x)$ là 0 .

Câu 9: Có bao nhiêu giá trị của x để biểu thức $B=(x^2-4)(2x+1)$ có giá trị bằng 0 ?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 10: Tính giá trị của biến x để biểu thức $24-x^2$ có giá trị bằng - 1. Giá trị của x là:

A. 25 B. 5 C. 25 hoặc -25 D. 5 hoặc -5

Câu 11: Kết quả thu gọn đa thức $(5x^2-4x+3)-(4x^2+4x+3)$ là:

A. $9x^2-8x$ B. x^2-8x C. x^2+6 D. $9x^2-8x+6$

Câu 12: Tại x thỏa mãn $(2x^2+7)(x+2)=0$ thì giá trị của biểu thức x^2+3x+1 bằng:

A. 10 B. 1 C. -1 D. 11

Câu 13: Nghiệm của đa thức $h(x)=x^3-8$ là:

A. 9 B. 2 C. -2 D. -8

Câu 14: Kết quả sắp xếp đa thức $3x^2+x^3+2x^5-3x+6$ theo lũy thừa giảm của biến là:

A. $x^3+3x^2+2x^5-3x+6$ B. $2x^5+3x^2+x^3-3x+6$

C. $2x^5-3x+x^3+3x^2+6$ D. $2x^5+x^3+3x^2-3x+6$

Câu 15: Nếu $x = a$ là nghiệm của đa thức $f(x)$ thì:

A. $f(a) = 0$ B. $f(a) > 0$ C. $f(a) < 0$ D. $f(a) \neq 0$

Câu 16: Cho $\triangle ABC$ có $\hat{B} = 70^\circ, \hat{C} = 50^\circ$. So sánh các cạnh của tam giác ta có kết quả sau:

A. $BC < AB < AC$ B. $BC < AC < AB$ C. $AB < BC < AC$ D. $AB < AC < BC$

Câu 17: Bộ ba độ dài nào sau đây có thể là độ dài ba cạnh của một tam giác?

A. 2 cm, 3 cm, 6 cm B. 2 cm, 3 cm, 5 cm

C. 3 cm, 5 cm, 6 cm D. 1 cm, 1 cm, 3 cm

Câu 18: Trong tam giác ABC có G là trọng tâm, AM là đường trung tuyến, ta có:

A. $AG = \frac{1}{3}AM$ B. $AG = \frac{2}{3}AM$ C. $AG = \frac{1}{2}AM$ D. $AG = \frac{3}{2}AM$

Câu 19: Cho $\triangle ABC$ có $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $AC = 10$ cm. So sánh $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$ được kết quả là:

A. $\hat{A} > \hat{C} > \hat{B}$ B. $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$ C. $\hat{A} > \hat{B} > \hat{C}$ D. $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$

Câu 20: Bộ ba số nào sau đây là độ dài ba cạnh của một tam giác cân có chu vi bằng 20 cm ?

A. 5 cm, 5 cm, 10 cm B. 6 cm, 6 cm, 9 cm

C. 6 cm, 6 cm, 8dm D. 6 cm, 6 cm, 8 cm

Câu 21: Cho $\triangle ABC$, các đường trung tuyến AE và BF cắt nhau tại O. Khi đó điểm O:

A. là trọng tâm của tam giác ABC. B. cách đều 3 cạnh của tam giác.

C. cách A một khoảng $\frac{1}{3}$AE. D. cách đều 3 đỉnh của tam giác.

Câu 22: Tam giác cân có góc ở đỉnh bằng 100°. Mỗi góc ở đáy có số đo là:

A. 70° B. 50° C. 40° D. 30°

Câu 23: Cho $\triangle ABC$ và $\triangle DEF$ có $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$, $BC = EF$. Cần bổ sung thêm điều kiện nào sau đây để $\triangle ABC = \triangle DEF$ theo trường hợp cạnh huyền - góc nhọn?

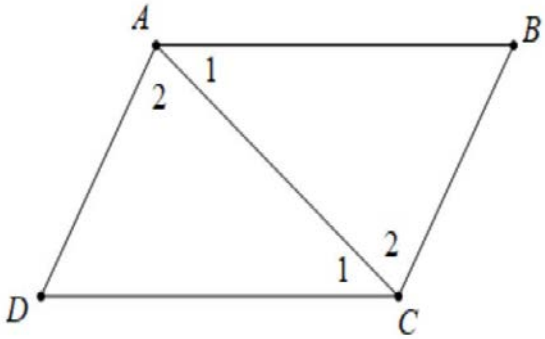
A. $AB = EF$ B. $\hat{B} = \hat{E}$ C. $AC = DF$ D. $AB = DE$

Câu 24: Nếu $\triangle ABC = \triangle MNP$ thì:

A. $AB = MN$ B. $AC = NP$ C. $BC = MP$ D. $AC = MN$

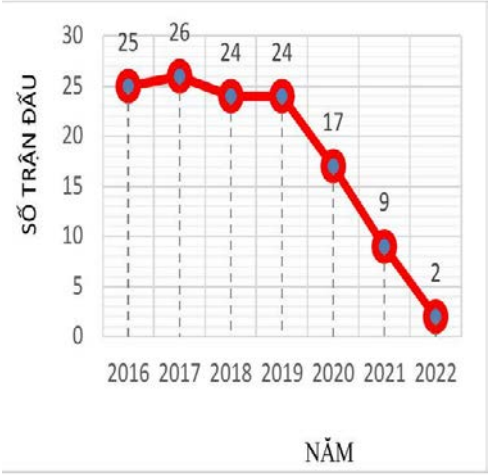
Câu 25: Cho hình vẽ bên. Biết $AB = CD, AD = BC$. Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $\triangle ACD = \triangle BCD$. B. $\triangle ACB = \triangle DCA$. C. $\widehat{A_2} = \widehat{C_1}$. D. $AD // BC$.



B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

1) ĐẠI SỐ



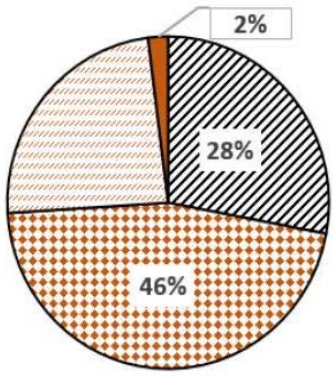
Bài 1. Biểu đồ bên biểu diễn số trận đấu của cầu thủ Quang Hải trong giải Vô địch bóng đá Quốc gia Việt Nam.

a) Mùa giải năm 2017, Quang Hải thi đấu bao nhiêu trận trong giải Vô địch Quốc gia Việt Nam?

b) Quang Hải thi đấu tổng cộng bao nhiêu trận cho giải Vô địch Quốc gia Việt Nam trong 7 mùa giải?

c) Số trận đấu của Quang Hải trong giải Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2022 giảm bao nhiêu phần trăm so với năm 2021 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Bài 2. Biểu đồ hình quạt sau đây biểu diễn kết quả đánh giá xếp loại học sinh cuối học kì I của học sinh khối 7. Quan sát các dữ liệu trên biểu đồ và trả lời các câu hỏi sau đây:



a) Tỉ lệ học sinh xếp loại Đạt của khối 7?

b) Số học sinh xếp loại Giỏi gấp bao nhiêu lần số học sinh xếp loại Chưa đạt?

c) Tổng số học sinh xếp loại Khá, Giỏi chiếm bao nhiêu phần trăm tổng số học sinh khối 7?

d) Cho biết khối 7 có 350 học sinh. Hãy tính xem khối 7 có bao nhiêu học sinh xếp loại Giỏi?

Bài 3. Một hộp có 20 chiếc thẻ cùng loại, mỗi thẻ được ghi một trong các số 1; 2; 3; ...; 19; 20. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong hộp. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

a) A: "Số xuất hiện trên thẻ nhỏ hơn 25".

b) B: "Số xuất hiện trên thẻ là số thập phân".

e) E: "Số xuất hiện trên thẻ là số lẻ".

c) C: "Số xuất hiện trên thẻ nhỏ hơn 20 ".

f) F: "Số xuất hiện trên thẻ là số chia hết cho 4".

d) D: "Số xuất hiện trên thẻ lớn hơn 17 ".

g) G: "Số xuất hiện trên thẻ là số nguyên tố".

h) H: "Số xuất hiện trên thẻ là số chia cho 3 dư 2".

Bài 4. Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 1 lần.

a) Viết tập hợp A gồm các kết quả thuận lợi cho biến cố "số chấm trên mặt xuất hiện của xúc xắc là số chia 3 dư 2".

b) Nêu các kết quả thuận lợi của biến cố gieo được mặt 5 chấm. Xác suất của biến cố gieo được mặt 5 chấm bằng bao nhiêu?

c) Tính xác suất của biến cố gieo được mặt có chấm là số nguyên tố.

Bài 5. Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 2x^2y - 3xy$ tại $x = -2$ và $y = 4$

b) $B = \left(2x^2 + x - 1\right) - \left(x^2 + 5x - 1\right)$ tại $x = -2$

Bài 6. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $A(x) = 2x - 1$

b) $B(x) = 3 - \frac{5}{6}x$

c) $C(x) = x^2 - 1$

d) $D(x) = 8x^3 + 27$

e) $E(x) = x^2 + 2x$

Bài 7. Cho $f(x) = x^5 - 3x^2 + 2x - 1$ và $g(x) = -x^5 + 4x - 5x^3 + 2 = -x^5 - 5x^3 + 4x + 2$. Tìm đa thức $h(x)$ sao cho:

a) $f(x) + h(x) = g(x)$

b) $g(x) + h(x) = f(x)$

Bài 8. Cho hai đa thức : $f(x) = 3x^3 + 5x - 4 - x^3 + 2x^2 + 11$

$g(x) = x^2 + 4 - 3x^2 - (3x^2 - 7x^3 - 1)$

1. Thu gọn và xắp xếp các đa thức $f(x)$, $g(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến :
2. Tính tổng $f(x) + g(x)$
3. Tính hiệu $f(x) - g(x)$

Bài 9. Cho hai đa thức

$M(x) = 3x + x^4 - 4x^3 - x^2 - 2x^4 + 4x^3 - x - 5$

$N(x) = 2x + 3$

1. Rút gọn và sắp xếp đa thức $M(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.
2. Tính $A(x) = M(x) + N(x)$ và $B(x) = N(x) - M(x)$.
3. Tính nghiệm của $N(x)$.
4. Chứng minh $B(x)$ vô nghiệm.

2) HÌNH HỌC

Bài 10. Cho tam giác ABC đều, $AB = 4cm$. Trên cạnh AC và cạnh BC lần lượt lấy các điểm M, N (M và N không trùng với các đỉnh của ΔABC) sao cho $CM = BN$. Gọi G là giao điểm của AN và BM.

a) Kẻ CH vuông góc với AB tại H. Tính CH ;

b) Chứng minh $AN = BM$. Tính góc $\widehat{AGM}$.

Bài 11. Cho tam giác ABC vuông tại A, M là trung điểm của BC

a) Chứng minh rằng: $AM = \dfrac{BC}{2}$;

b) Chứng minh rằng: Nếu $\widehat{C} = 30°$ thì $AB = \dfrac{BC}{2}$.

Bài 12. Cho tam giác ABC vuông tại A, kẻ AH vuông góc với BC tại H. Trên cạnh BC lấy điểm sao cho CM = CA, trên cạnh AB lấy điểm N sao cho AN= AH. Biết AB = 3cm, BC = 6cm.

a) Tính độ dài cạnh AC;

b) Trên tia đối của tia AB lấy diểm D sao cho AD = AB. Chứng minh tam giác BCD đều;

c) Chứng minh $\widehat{MAH} = \widehat{MAN}$ và MN ⊥ AB.

Bài 13. Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BD, CE cắt nhau ở H, AH cắt BC tại M, Chứng minh rằng:

a) AM vuông góc với BC; $\widehat{BAM} = \widehat{ECB}$

b) Lấy điểm K sao cho AB là trung trực của HK .Chứng minh rằng $\widehat{KAB} = \widehat{KCB}$.

Bài 14. Cho tam giác ABC có $AB < AC$. Hai đường cao AD và BE cắt nhau tại H và $AD = BE$ $(D \in BC; E \in AC)$. Chứng minh rằng:

a) Tam giác ABC cân tại C;

b) Đường thẳng CH là đường trung trực của đoạn thẳng AB;

c) DE song song với AB.

Bài 15. Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ABC} > \widehat{ACB}$, trung tuyến AM. Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho C là trung điểm của MD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E sao cho $BE = BA$. Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$.

a) Chứng minh tam giác AMB bằng tam giác NMC và NC vuông góc với AC;

b) Gọi I là trung điểm của DE. Chứng minh ba điểm A, M, I thẳng hàng;

c*) So sánh AD và BC.

Bài 16. Cho ΔABC có ba đường trung tuyến AD, BE, CF cắt nhau tại G. Chứng minh rằng:

$a) AD < \dfrac{AB + AC}{2}$

$b) BE + CF > \dfrac{3}{2} BC$

$c) \dfrac{3}{4}(AB + BC + AC) < AD + BE + CF < AB + BC + AC$

3) BÀI TẬ NÂNG CAO

Bài 17. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $f(x+1)=f(x)+1$ với x bất kì và $f(0)=1$. Tìm $f(x)$.

Bài 18. Cho đa thức $f(x)=\left(1-5x+3x^2\right)^{2017}$. Tính tổng tất cả các hệ số của đa thức $f(x)$ sau khi đã phá ngoặc.

Bài 19. Cho đa thức $f(x)$ thỏa mãn: $x.f(x-2)=(x-4).f(x)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Chứng minh đa thức $f(x)$ có ít nhất hai nghiệm.

Bài 20. Cho $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$ ($a,c\neq 0$; $a\neq b$; $b\neq c$). Chứng minh rằng: $\frac{1}{a}+\frac{1}{a-b}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{c}$.

Bài 21. a) Tìm x,y biết: $|x-2023y|+(y-1)^{2022}=0$

b) Tính giá trị của $P(x)=3x^3+4x^2-8x+1$, biết $x^2+x-3=0$.

Bài 22. Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{2a+b+c+d}{a}=\frac{a+2b+c+d}{b}=\frac{a+b+2c+d}{c}=\frac{a+b+c+2d}{d}$

Tính $M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$.

Bài 23. Tính $A=xy+x^2y^2+x^4y^4+x^6y^6+x^8y^8+...+x^{2016}y^{2016}+x^{2018}y^{2018}$ tại $x=-2, y=\frac{1}{2}$

HƯỚNG DẪN GIẢI

A. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. C	**2.C**	**3.D**	**4.A**	**5.A**	**6.D**	**7.A**	**8.D**	**9.D**	**10.D**
11.B	**12.C**	**13.B**	**14.D**	**15.A**	**16.C**	**17.C**	**18.B**	**19.B**	**20.D**
21.A	**22.C**	**23.B**	**24.A**	**25.D**					

B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1.

a) Mùa giải năm 2017, Quang Hải thi đấu 26 trận.

b)S ố trận Quang Hải tham gia là: 25 + 26 + 24 + 24 + 17 + 9 + 2 = 127 (trận).

c) Giảm số phần trăm: 88,88 %

Bài 2

a) Tỉ lệ học sinh xếp loại Đạt của khối 7 là: 100 – 46 – 2 – 28 = 24%

b) Số học sinh xếp loại giỏi gấp số lần chưa đạt là: 28 : 2 = 14 (lần)

c) Tông số học sinh khá, giỏi chiếm số phần trăm so với số học sinh khối 7 là: 28 + 46 = 74%

d) Số học sinh khối 7 đạt loại giỏi là: 350.28% = 98 (học sinh)

Bài 3:

a) Xác suất biến cố A là 100%

b) Xác suất số thẻ là số thập phân là 0%

c) Xác suất số nhỏ hơn 20 là 19/20

d) Xác suất số nhỏ hơn 17 là 16/20

e) Xác suất xuất hiện số lẻ là số lẻ là 50%

f) Số chia hết cho 4 là 4,8,12,16,20

Xác suất số chia hết cho 4 là 5/20

g) Các số nguyên tố trên thẻ là 2,3,5,7,13,17,19

Xác suất xuất hiện số nguyên tố là 7/20

h) Các số chia 3 dư 2 là 2,5,8,11,14,17,20

Xác suất xuất hiện là: 7/20.

Bài 4:

a) $A=\{2;5\}$

b) Xác xuất giao được mặt 5 chấm là: 1/6

c) Số nguyên tố là 2,3,5. Vậy xác suất là 3/6 = 50%

Bài 5: a) $A=2.(-2)^2.4-3.(-2).4=32+24=56$

b). $B=\left(2x^2+x-1\right)-\left(x^2+5x-1\right)=x^2-4x=(-2)^2-4.(-2)=4+8=12$.

Bài 6.

a) $x=\frac{1}{2}$

b)$x=\frac{18}{5}$

c) $x=\pm 1$

d)$x=-\frac{3}{2}$

e) $x=0, x=-2$

Bài 7.

a) Cho $f(x)=x^5-3x^2+2x-1$

$g(x)=-x^5+4x-5x^3+2=-x^5-5x^3+4x+2$

$f(x)+h(x)=g(x)$

$\Rightarrow h(x)=g(x)-f(x)$

$$\begin{array}{rl} & g(x)=-x^5-5x^2+4x+2 \\ - & f(x)=x^5-3x^2+2x-1 \\ \hline & h(x)=g(x)-f(x)=-2x^5-2x^3+2x+3 \end{array}$$

b) $g(x)+h(x)=f(x)$

$\Rightarrow h(x)=f(x)-g(x)$

$h(x)=2x^5+2x^3-2x-3$

Bài 8.

1. Thu gọn và xắp xếp các đa thức $f(x), g(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến :

$$f(x)=3x^3+5x-4-x^3+2x^2+11=(3-1)x^3+2x^2+5x-4+11$$
$$=2x^3+2x^2+5x+7$$
$$g(x)=x^2+4-3x^2-(3x^2-7x^3-1)=x^2+4-3x^2-3x^2+7x^3+1$$
$$=7x^3+(1-3-3)x^2+4+1$$
$$=7x^3-5x^2+5$$

2. Tính tổng $f(x)+g(x)$

$$f(x)+g(x)=(2x^3+2x^2+5x+7)+(7x^3-5x^2+5)$$
$$=2x^3+2x^2+5x+7+7x^3-5x^2+5$$
$$=(2+7)x^3+(2-5)x^2+5x+7+5$$
$$=9x^3-3x^2+5x+12$$

3. Tính hiệu $f(x)$ - $g(x)$

$$f(x)-g(x)=(2x^3+2x^2+5x+7)-(7x^3-5x^2+5)$$
$$=2x^3+2x^2+5x+7-7x^3+5x^2-5$$
$$=(2-7)x^3+(2+5)x^2+5x+7-5$$
$$=-5x^3+7x^2+5x+2$$

Bài 9.

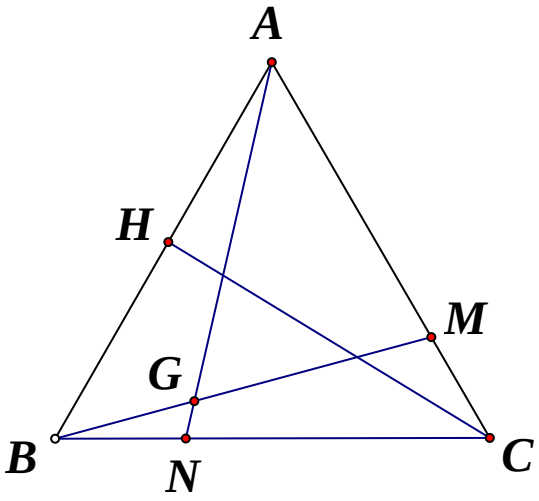
1. $M(x)=3x+x^4-4x^3-x^2-2x^4+4x^3-x-5=-x^4-x^2+2x-5$
2. $A(x)=M(x)+N(x)=-x^4-x^2+4x-2$

$$B(x)=N(x)-M(x)=2x+3-(-x^4-x^2+2x-5)=x^4+x^2+8$$

3. $N(x)=2x+3=0\Leftrightarrow 2x=-3\Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}$
4. $B(x)=x^4+x^2+8=x^4+2.\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}+\frac{31}{4}=\left(x^2+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{31}{4}>0\ \forall x$

Do đó $B(x)$ vô nghiệm.

Bài 10.



Áp dụng định lý pytago cho tam giác vuông AHC ta có:

$HC^2 = AC^2 - AH^2 = 4^2 - 2^2 = 12 \Rightarrow HC = \sqrt{12}$ cm

b) Xét ΔABN và ΔBCM có

$AB = BC$ (tam giác ABC đều)

$\widehat{B} = \widehat{C}$ (tam giác ABC đều)

$BN = CM$ (gt)

$\Rightarrow \Delta ABN = \Delta BCM \left(c.g.c\right)$

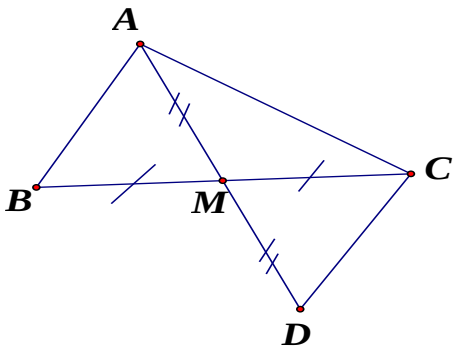
$\Rightarrow AN = BM$ (Hai cạnh tương ứng)

Và $\Delta ABN = \Delta BCM \Rightarrow \widehat{BAN} = \widehat{MBC}$ (2 góc tương ứng)

Theo tính chất góc ngoài của tam giác ta có:

$\widehat{AGM} = \widehat{GBA} + \widehat{BAN} = \widehat{GBA} + \widehat{MBC} = \widehat{ABC} = 60°$

Bài 11.



Trên tia đối của tia MA lấy D sao cho $MA = MD$ suy ra $AM = \dfrac{AD}{2}(1)$

Xét ΔABM và ΔCMD có

$AM = MD$ (theo cách vẽ)

$\widehat{AMB} = \widehat{CMD}$ (2 góc đối đỉnh)

$BM = CM$ (gt)

$\Rightarrow \Delta AMB = \Delta DMC \left(c.g.c\right)$

$\Rightarrow AB = CD$ (Hai cạnh tương ứng)

$\Delta AMB = \Delta DMC \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{DCM} \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{DCM} + \widehat{ACB} \Rightarrow \widehat{ACD} = 90°$

Xét ΔABC và ΔDCA có

$AB = CD$ (cmt)

$\widehat{BAC} = \widehat{ACD} (= 90°)$

Cạnh AC chung

$\Rightarrow \Delta ABC = \Delta CDA (c.g.c) \Rightarrow BC = AD (2)$ (Hai cạnh tương ứng)

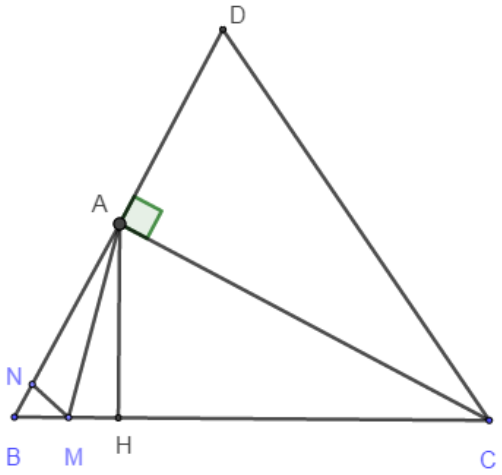
Từ (1) và (2) ta có : $AM = \frac{BC}{2}$

Vì $AM = \frac{BC}{2}; BM = \frac{BC}{2} \Rightarrow AM = BM \Rightarrow \Delta ABM$ *cân*

Nếu $\hat{C} = 30° \Rightarrow \widehat{ABC} = 60° \Rightarrow \Delta ABM$ đều $\Rightarrow AB = AM = \frac{BC}{2}$ (t/c tam giác đều)

suy ra : $AB = \frac{BC}{2}$

Bài 12.



a)Tính độ dài cạnh AC

Xét tam giác vuông ABC theo Py-ta-go ta có $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

Vậy $AC = \sqrt{27} cm$

b) Trên tia đối của tia AB lấy diểm D sao cho $AB = AD$. Chứng minh tam giác BCD đều;

Xét tam giác ΔCAB và ΔCAD có $\widehat{CAB} = \widehat{CAD} = 90^o$, AD=AB, CA là cạnh chung

$\Rightarrow \Delta CAB = \Delta CAD$ (c-g-c). Suy ra $CB = CD$ mặt khác $BD = 2AB = 2.3 = 6 = CB$

Vậy $CB = CD = BD$ vậy tam giác BCD là tam giác đều

c) Chứng minh $\widehat{MAH} = \widehat{MAN}$ và $MN \perp AB$.

Theo giả thiết $CA = CM$ nên ΔCAM cân tại C, suy ra $\widehat{CAM} = \widehat{CMA} = \dfrac{180^o - \widehat{ACM}}{2}$

$= \dfrac{180^o - 30^o}{2} = 75^o$. Xét tam giác vuông AHM ta có $\widehat{MAH} = 180^o - \widehat{AHM} - \widehat{AMH}$

$\widehat{MAH} = 180^o - 90^o - 75^o = 15^o$

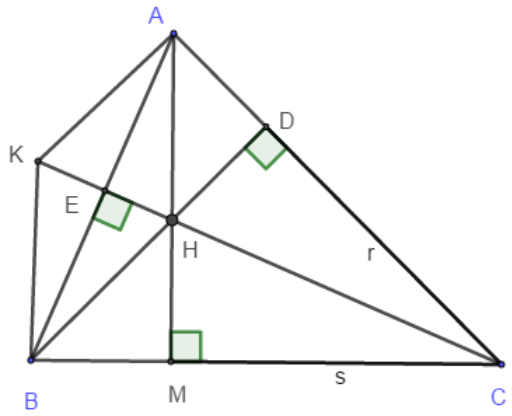
Xét tam giác AHB ta có $\widehat{HAB} = 180^o - \widehat{AHB} - \widehat{HBA} = 180^o - 90^o - 60^o = 30^o$

Mặt khác $\widehat{MAN} = \widehat{MAB} - \widehat{MAH} = 30^o - 15^o = 15^o$. Vậy $\widehat{MAH} = \widehat{MAN} = 15^o$

Ta có $\Delta MAN = \Delta MAH$ (c-g-c) do $AN = AH$, $\widehat{MAH} = \widehat{MAN}$ và cạnh AM chung. Suy ra

$\widehat{ANM} = \widehat{AHM} = 90^o$. Vậy $MN \perp AB$

Bài 13.



a) Chứng minh AM vuông góc với BC; $\widehat{BAM} = \widehat{ECB}$

Theo gải thiết ta có $CH \perp AB$; $BH \perp AC$ nên H là trực tâm tam giác ABC. Suy ra AH vuông góc với BC hay $AM \perp BC$

Xét tam giác BAM ta có

$\widehat{BAM} = 180^o - \widehat{AMB} - \widehat{MBA}\ 180^o - 90^o - \widehat{MBA} = 90^o - \widehat{MBA}$ (1)

Xét tam giác BCE ta có

$\widehat{ECB} = 180^o - \widehat{CEB} - \widehat{MBE} = 180^o - 90^o - \widehat{MBA} = 90^o - \widehat{MBA}$ (2)

Từ (1), (2) ta suy ra $\widehat{BAM} = \widehat{ECB}$

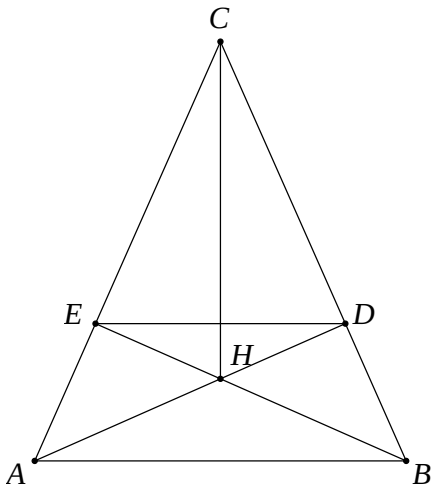
b) Lấy điểm K sao cho AB là trung trực của HK. Chứng minh rằng $\widehat{KAB} = \widehat{KCB}$.

Xét hai tam giác vuông AKE và AHE có $EK = EH$, AE là cạnh chung. Vậy

$\Delta AKE = \Delta AHE$ (Hai cạnh góc vuông bằng nhau). Suy ra $\widehat{KAE} = \widehat{HAE}$ mà $\widehat{HAE} = \widehat{KCB}$ theo ý a

Vậy $\widehat{KAB} = \widehat{KCB}$

Bài 14.



a) Xét ΔADE và ΔBED có

$AD = BE(GT)$

$\widehat{AED} = \widehat{BDE} = 90^\circ$

AB *chung*

$\Rightarrow \Delta ADE = \Delta BED(ch - cgv)$

$\Rightarrow \widehat{EAB} = \widehat{ABD}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow$Tam giác ABC cân tại C;

b) Tam giác ABC cân tại C (cma)

$\Rightarrow CA = CB$

$\Rightarrow$ C thuộc đường trung trực của AB

$\Delta ADE = \Delta BED(cma) \Rightarrow \widehat{EBA} = \widehat{DAB}$ (hai góc tương ứng)

$\Rightarrow$Tam giác HAB cân tại H;

$\Rightarrow HA = HB$ (ĐN tam giác cân)

$\Rightarrow$ H thuộc đường trung trực của AB

$\Rightarrow$ Đường thẳng CH là đường trung trực của đoạn thẳng AB;

c) Tam giác ABC cân tại C (cma)

$$\Rightarrow \widehat{CAB} = \frac{180^\circ - \widehat{ACB}}{2}$$

$\Delta ADE = \Delta BED(cma) \Rightarrow AE = BD$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow CA - AE = CB - BD$

$\Rightarrow CE = CD$

$\Rightarrow$ Tam giác CED cân tại C

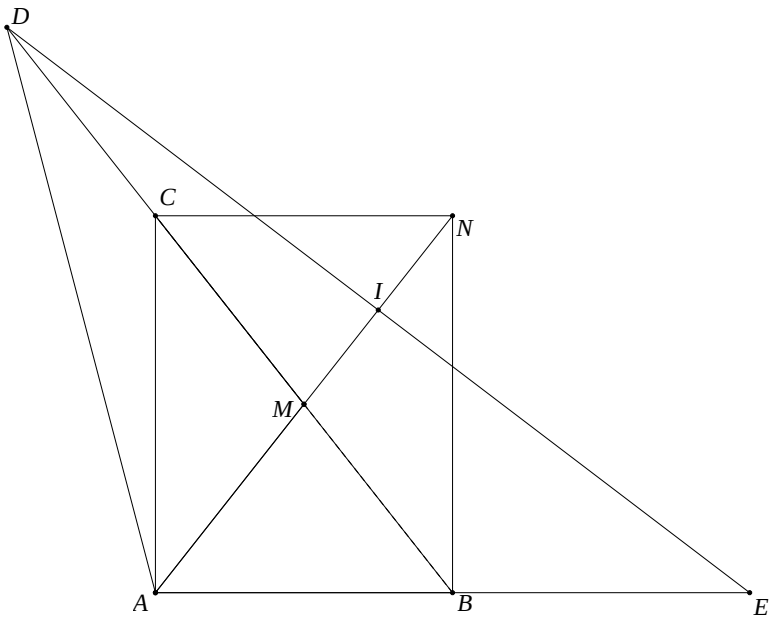
$$\Rightarrow \widehat{CED} = \frac{180^\circ - \widehat{ACB}}{2}$$

$\Rightarrow \widehat{CAB} = \widehat{CED}$

Mà hai góc ở vị trí đồng vị

$\Rightarrow ED // BA$

Bài 15.



a) Xét ΔAMB và ΔNMC có

$MC = MB(GT)$

$\widehat{AMB} = \widehat{NMC}$ (hai góc đối đỉnh)

$MA = MN(GT)$

$\Rightarrow \Delta AMB = \Delta NMC(c.g.c)$

$\Rightarrow \widehat{MAB} = \widehat{MNC}$ (hai góc tương ứng)

Mà hai góc ở vị trí so le trong

$\Rightarrow CN // AB$

$BA \perp CA \Rightarrow CN \perp CA$

b) B là trung điểm của AE.

$\Rightarrow DB$ là đường trung tuyến của ΔDAE.

$DC = CM; CM = MB \Rightarrow DM = \frac{2}{3}DB$

$\Rightarrow M$ là trọng tâm của ΔDAE

I là trung điểm của DE

$\Rightarrow AI$ là đường trung tuyến của ΔDAE.

$\Rightarrow M \in AI$

$\Rightarrow$ ba điểm A, M, I thẳng hang.

c) Vì $\Delta AMB = \Delta NMC$ (cmt)

$\Rightarrow AB = NC$ (2 cạnh tương ứng)

Xét ΔACN và ΔCAB có

Cạnh CA chung ; $\widehat{CAB} = \widehat{ACN} = 90^0$, $CN = AB$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta ACN = \Delta CAB(c-g-c)$

$\Rightarrow AN = BC$ (2 cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \frac{1}{2}AN = \frac{1}{2}BC$

$\Rightarrow AM = MC = MB$

$\Rightarrow \Delta AMC$ và ΔAMB cân tại M. Theo tính chất góc ngoài tam giác ta có

$\widehat{AMB} = \widehat{ACB} + \widehat{CAM} = 2\widehat{ACB}$

$\widehat{AMC} = \widehat{ABC} + \widehat{BAM} = 2\widehat{ABC}$

Mà $\widehat{ACB} < \widehat{ABC}$

$\Rightarrow \widehat{AMB} < \widehat{AMC}$

Mà $\widehat{AMB}$ và $\widehat{AMC}$ là hai góc kề bù

$\Rightarrow \widehat{AMC}$ là góc tù

Xét ΔAMB có $\widehat{AMD}$ là góc tù

$\Rightarrow \widehat{AMD} > \widehat{DAM}$

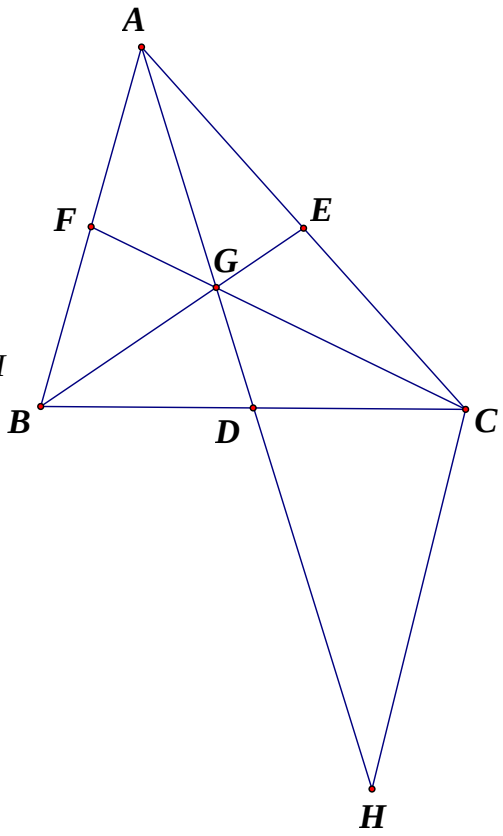
$\Rightarrow AD > MD$ (quan hệ giữa góc và cạnh đối diện)

Lại có $MB = MC = CD \Rightarrow MB + MC = MC + CD$

Hay $BC = MD$

Do đó $BC = MD$ (dpcm).

Bài 16.



a) Trên tia đối của tia DA lấy điểm H sao cho $DA = DH$

Xét ΔADB và ΔHDC có

$BD = CD$ (D là trung điểm của BC)

$\widehat{ADB} = \widehat{HDC}$ (đối đỉnh)

$AD = HD$ (cách dựng)

$\Rightarrow \Delta ADB = \Delta HCD (c.g.c)$

$\Rightarrow AB = HC$ (2 cạnh tương ứng)

* Xét ΔACH ta có

$AC + HC > AH$ (bất đẳng thức trong tam giác)

$\Rightarrow AC + AB > 2AD$ hay $AD < \dfrac{AB + AC}{2}$

b) Ta có AD, BE, CF cắt nhau tại G nên G là trọng tâm của ΔABC

$\Rightarrow BG = \dfrac{2}{3}BE$, $CG = \dfrac{2}{3}CF$, $AG = \dfrac{2}{3}AD$

Xét ΔBGC ta có

$BG + CG > BC$ (bất đẳng thức trong tam giác)

$\Rightarrow \dfrac{2}{3}(BE + CF) > BC$

$\Rightarrow BE + CF > \dfrac{3}{2}BC$

c) * Xét ΔAGB ta có

$AG + BG > AB$ (1) (bất đẳng thức trong tam giác)

Xét ΔAGC ta có

$AG + CG > AC$ (2) (bất đẳng thức trong tam giác)

Xét ΔBGC ta có

$BG + CG > BC$ (3)(bất đẳng thức trong tam giác)

Cộng vế với vế của (1), (2), (3) ta được:

$AG+BG+AG+CG+BG+CG>AB+AC+BC$

$\Rightarrow \frac{2}{3}AD+\frac{2}{3}BE+\frac{2}{3}AD+\frac{2}{3}CF+\frac{2}{3}BE+\frac{2}{3}CF>AB+AC+BC$

$\Rightarrow \frac{4}{3}AD+\frac{4}{3}BE+\frac{4}{3}CF>AB+AC+BC$

$\Rightarrow \frac{3}{4}(AB+BC+AC)<AD+BE+CF$

* Theo câu a) ta có $AD<\frac{AB+AC}{2}$

Chứng minh tương tự ta có $BE<\frac{AB+BC}{2}$, $CF<\frac{BC+AC}{2}$

$\Rightarrow AD+BE+CF>\frac{AB+AC}{2}+\frac{AB+BC}{2}+\frac{BC+AC}{2}$

$\Rightarrow AD+BE+CF<AB+BC+AC$

Vậy $\frac{3}{4}(AB+BC+AC)<AD+BE+CF<AB+BC+AC$

3) BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 17. $f(1)=f(0+1)=f(0)+1=1+1=2$

$f(2)=f(1+1)=f(1)+1=2+1=3$

$f(3)=f(2+1)=f(2)+1=3+1=4$

.....

$f(x)=f(x-1+1)=f(x-1)+1=x+1$

Vậy $f(x)=x+1$.

Bài 18. Tổng tất cả các hệ số của đa thức $f(x)$ sau khi đã phá ngoặc là:

$f(1)=(1-5+3)^{2017}=(-1)^{2017}=-1$.

Bài 19. Thay $x=0\Rightarrow 0=-4f(0)\Rightarrow f(0)=0\Rightarrow x=0$ là nghiệm của $f(x)$.

Thay $x=4\Rightarrow 4f(2)=0\Rightarrow f(2)=0\Rightarrow x=2$ là nghiệm của $f(x)$.

Vậy $f(x)$ có ít nhất 2 nghiệm là $x=0$; $x=2$

Bài 20.

Cách 1.

Theo đề bài : $\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}=\frac{2a-b}{b}$ (tính chất dãy tỉ số bằng nhau)

Đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{a-b}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{c}$

$\Rightarrow \frac{2a-b}{a(a-b)}=\frac{2c-b}{(b-c)c} \Rightarrow \frac{2a-b}{b}=\frac{a}{c}.\frac{a-b}{b-c}.\frac{2c-b}{b}$

$\Rightarrow 1=\frac{a}{c}.\frac{2c-b}{b}$

$\Rightarrow bc+ab=2ac$

$\Rightarrow ab-ac=ac-bc \Rightarrow (b-c)a=c(a-b)$

$\Rightarrow \frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}$ (Luôn đúng)

Cách 2.

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}=\frac{a+a-b}{c+b-c}=\frac{2a-b}{b}$

$\frac{a}{c}=\frac{a-b}{b-c}=\frac{a-a+b}{c-b+c}=\frac{b}{2c-b} \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{2c-b}{b}$

Đẳng thức $\frac{1}{a}+\frac{1}{a-b}=\frac{1}{b-c}-\frac{1}{c}$

$\Rightarrow \frac{2a-b}{a(a-b)}=\frac{2c-b}{(b-c)c} \Rightarrow \frac{2a-b}{b}=\frac{a}{c}.\frac{a-b}{b-c}.\frac{2c-b}{b}$

$\Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{a}{c}.\frac{a}{c}.\frac{c}{a} \Leftrightarrow \frac{a}{c}=\frac{a}{c}$ (luôn đúng).

Bài 21. a) $|x-2023y|\geq 0;(y-1)^{2022}\geq 0 \Rightarrow |x-2023y|+(y-1)^{2022}=0 \Leftrightarrow y=1,x=2023$

b) $P(x)=3x^3+4x^2-8x+1=3x(x^2+x-3)+(x^2+x-3)+4=4$

Bài 22. Cho dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{2a+b+c+d}{a}=\frac{a+2b+c+d}{b}=\frac{a+b+2c+d}{c}=\frac{a+b+c+2d}{d}$

Tính $M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$.

$\frac{2a+b+c+d}{a}=\frac{a+2b+c+d}{b}=\frac{a+b+2c+d}{c}=\frac{a+b+c+2d}{d}$

$\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a}+1=\frac{a+b+c+d}{b}+1=\frac{a+b+c+d}{c}+1=\frac{a+b+c+d}{d}+1$

$\Rightarrow \dfrac{a+b+c+d}{a}=\dfrac{a+b+c+d}{b}=\dfrac{a+b+c+d}{c}=\dfrac{a+b+c+d}{d}$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=b=c=d \\ a+b+c+d=0 \end{array}\right.$

Với $a=b=c=d \Rightarrow M=4$

Với $a+b+c+d=0 \Rightarrow M=\dfrac{a+b}{c+d}+\dfrac{b+c}{d+a}+\dfrac{c+d}{a+b}+\dfrac{d+a}{b+c}=-1-1-1-1=-4$

Bài 23. Ta có $xy=-2.\dfrac{1}{2}=-1.$

$A=xy+(xy)^2+(xy)^4+(xy)^6+...+(xy)^{2016}+(xy)^{2018}$

$=-1+1+1+1+...+1+1=1007$